

Noter bien : la calculatrice est autorisée.

Exercice : 1 ( 5 points )

Préciser en justifiant la ou les réponses correctes dans chacun des cas suivants.

- 1) Tout entier formé de trois chiffres identiques est divisible : a) par 3      b) par 9      c) par 37
- 2) Pour tout chiffre non nul a, L'entier  $A=aaa6$  est divisible : a) par 9      b) par 3      c) par  $a+2$
- 3) L'entier 11 divise : a) 31835947      b)  $2^{20} - 1$       c)  $10^4+1$
- 4) Si l'entier  $n=2a3a1$  est divisible par 11 et 3 alors : a)  $a=0$       b)  $a=3$       c)  $a=6$
- 5) Prendre un entier x à quatre chiffres, on désigne par y l'entier formé par les mêmes chiffres dans l'ordre inverse. (si  $x=abcd$  alors  $y=dcba$ , avec  $a>d$ ). a)  $x+y \in M_{11}$       b)  $x-y \in M_9$       c)  $x-y \in D_9$

Exercice : 2 ( 8 points )

Soit (u) la suite définie sur IN par 
$$\begin{cases} u_0 = -5 \\ u_{n+1} = \frac{25}{10 - u_n} \end{cases}$$
 pour tout  $n \in \text{IN}$

1) Calculer  $u_1$  et  $u_2$ .

2) Soit (v) la suite définie sur IN par  $v_n = \frac{1}{u_n - 5}$ .

a) Montrer que  $v_{n+1} = \frac{10 - u_n}{5(u_n - 5)}$ .

b) Montrer que  $v_n$  est une suite arithmétique de raison  $-\frac{1}{5}$ .

c) Exprimer  $v_n$  puis  $u_n$  en fonction de n.

3) Soit  $S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$ ; Montrer que :  $S_n = \frac{-(n+1)^2}{10}$

Exercice : 3 ( 7 points )

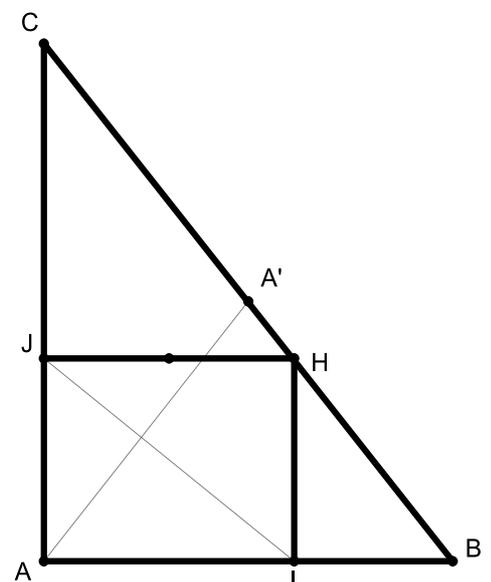
Dans la figure ci-contre ABC est un triangle rectangle en A, A' est le milieu de [BC], H est le projeté orthogonal de A sur (BC), I et J sont les projetés orthogonaux de H respectivement sur (AB) et (AC) et E est le milieu de [HC]. On se propose de démontrer que  $(IJ) \perp (AA')$

1) Soit h l'homothétie de centre C qui transforme B en H.

a) Déterminer h(A).

b) Montrer que  $h(A')=E$ .

2) On admet que les droites (IJ) et (JE) sont perpendiculaires, montrer que  $(IJ) \perp (AA')$ .



Noter bien : la calculatrice est autorisée.

Exercice : 1 ( 10 points )

Soient  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$  et  $g(x) = x^4 + x^2 - 2$ .

1) Calculer  $f(1)$  puis résoudre dans IR l'équation :  $f(x) = 0$ .

2) Factoriser  $g(x)$ .

3) On pose  $h(x) = \frac{(x-1)(x^2-5x+6)}{g(x)}$ .

a) Déterminer l'ensemble D des réels x pour les quels  $h(x)$  a un sens puis simplifier  $h(x)$ .

b) Résoudre dans IR l'équation  $h(x) = \frac{1}{x^2+2}$ .

c) Résoudre dans IR l'inéquation  $\sqrt{(x^2+2)h(x)} < 1$ .

Exercice : 2 ( 10 points )

O et I sont deux points fixes tels que  $OI = 3$ , et C est le cercle de centre O et de rayon OI.

1) a) Construire O' l'image de O par l'homothétie de centre I et de rapport  $\frac{-1}{2}$ .

b) Déterminer alors et construire C' l'image de C par l'homothétie  $h_{\left(I, \frac{-1}{2}\right)}$ .

2) M est un point variable de C distinct de I. La droite (IM) recoupe C' en N.

a) Montrer que :  $h_{\left(I, \frac{-1}{2}\right)}(M) = N$ .

b) En déduire l'ensemble des points N lorsque M varie sur  $C \setminus \{I\}$ .

3) a) Construire O'' tel que :  $h_{\left(I, \frac{-2}{3}\right)}(O') = O''$ .

b) Déterminer alors et construire C'' l'image de C' par l'homothétie  $h_{\left(I, \frac{-2}{3}\right)}$ .

c) C'' et (MN) se coupent en I et M''. Montrer que :  $\overrightarrow{IM''} = \frac{1}{3}\overrightarrow{IM}$ .

d) En déduire l'ensemble des points M'' lorsque M varie sur  $C \setminus \{I\}$ .

Bon travail